Exercice n° 1

Soit $\left(O, \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k}\right)$, un repère orthonormé et les points A (3;2;1) B (-1;0;-1) et C(2;3;4).

1. Trouver une équation cartésienne du plan (ABC).
2. Soit D(1;1;1) et E(6;6;5), le droite (DE) coupe t-elle le plan (ABC) et si oui, trouver les coordonnées du point M d'intersection entre la droite (DE) et le plan (ABC).

Exercice n°2

ABCDEFGH est un cube d'arête 1 cm.

I milieu de[EF], J milieu de [CB] et K tel que $\vec{HK} = \frac{1}{3}\vec{HF}$.

1. Construire le cube ABCDEFGHG puis placer les points I,J et K puis construire la section du plan (IJK) avec le cube.
2. Le repère est défini par $\left(A, \vec{AB}\,; \vec{AD}\,; \vec{AE}\right)$, donner les coordonnées de A, B, C, D, E, F, G, H, I ,J , K.
3. Donner les coordonnées de $\left(\vec{KG}\right) et \left(\vec{KI}\right)$.
4. Calculer $\left(\vec{KG}\right)\times\left(\vec{KI}\right)$, en déduire la nature de $\widehat{\text{IKG}}$.
5. Calculer la distance KG et la distance MK avec M, le projeté orthogonal de I sur (KG).
6. Exprimer $\left(\vec{MK}\right) en\,fonction\,de \left(\vec{KG}\right)$ donner les coordonnées de M puis calculer IM.

Soit L, intersection de (AC) et (DB).

7. En déduire le volume de la pyramide IKGL.

Correction :

Exercice n° 1

1. $\vec{AB}(-4;-2;-2)$; $\vec{AC}(-1;1;3)$; $\vec{BC}(3;3;5)$

Soit $\vec{n}(a;b;c)$, le vecteur normal au plan (ABC) avec a, b et c trois réels, donc vecteur orthogonal aux trois vecteurs définissant (ABC), donc leurs produits scalaires sont nuls, soient les trois équations :

$$\begin{cases} (1) : -4a -2b-2c = 0 \\ (2) : -a+b+3c = 0 \\ (3) : 3a+3b+5c =0 \end{cases}$$

Soient :

(2) : b = a-3c

$$\left.\begin{array}{l} (1) : -4a-2a+6c-2c = -6a+4c=0 \\ (3) : 3a+3a-9c+5c = 6a-4c = 0 \end{array}\right\} \quad -3a+2c =0$$

Il existe une multitude de triplet, a,b et c.

Si a= 2 on obtient c = 3 et b = -7.

(ABC) : 2x-7y+3z+d =0

$$d=-2\times(-1)+7\times 0-3\times(-1)=5$$

(ABC) : 2x-7y+3z+5 =0

Si (DE) est parallèle au plan ABC, alors Il n'y a aucun point d'intersection entre (DE) et (ABC).

Or l'équation paramétrique de(DE) est:

$\overrightarrow{DE}(5;5;4)$

(DE) : $\begin{cases} 5t+1 \\ 5t+1 \\ 4t+1 \end{cases}$ et celle du plan est : (ABC) : 2x-7y+3z+5 =

Or :

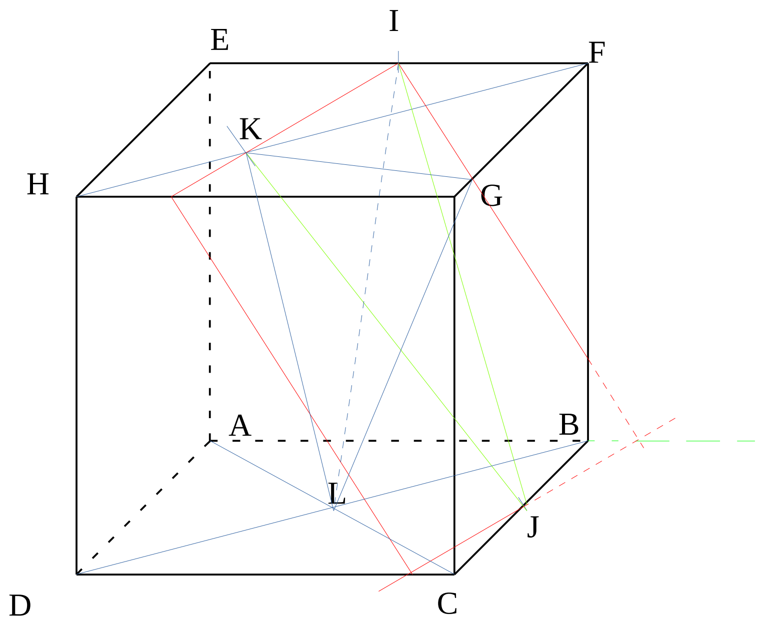
$2(5t+1)-7(5t+1)+3(4t+1)+5=10t+2-35t-7+12t+3+5=-13t+3=0$

a une solution pour $t=\frac{3}{13}$

Donc (DE) coupe le plan (ABC) en un point $M(\frac{28}{13};\frac{28}{13};\frac{25}{13})$.

Exercice n°2

1.



2. **A(0;0;0) B(1;0;0) C(1;1 ;0)D(0 ;1;0) E (0;0 ;1) F(1;0;1) G (1;1;1) H (0;1;1) I (0,5;0;1) J(1;0,5;0)**

$\overrightarrow{HF}(1;-1;0)$ $\frac{1}{3}\overrightarrow{HF}(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};0)$ $K(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1)$

3. $\overrightarrow{KG}(\frac{2}{3};\frac{1}{3};0)$ **et** $\overrightarrow{KI}(\frac{1}{6};-\frac{2}{3};0)$

4. $\overrightarrow{KG}\times\overrightarrow{KI}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{-2}{3}=\frac{1}{9}-\frac{2}{9}=\frac{-1}{9}<0$

Donc IKG est un angle obtus.

5. $\overrightarrow{KG}\times\overrightarrow{KI}=\frac{-1}{9}=-KM\times KG$ **et** $KG=\sqrt{(\frac{4}{9}+\frac{1}{9})}=\frac{\sqrt{5}}{3}cm$ $\frac{-1}{9}=\frac{-KM\times\sqrt{5}}{3}$ **soit**

$KM=\frac{\sqrt{5}}{15}cm$

6. **M, K et G sont alignés dans cet ordre.** $\overrightarrow{MK}=\frac{1}{5}\overrightarrow{KG}$ **donc** $\frac{1}{5}\overrightarrow{KG}(\frac{2}{15};\frac{1}{15};0)$ **donc** $M(\frac{1}{5};\frac{3}{5};1)$ **soit** $MI=3\frac{\sqrt{5}}{10}cm$

7. $V=\frac{base\times hauteur}{3}=\frac{MI\times KG\times EA}{(3\times 2)}=\frac{3\frac{\sqrt{(5)}}{10}\times\frac{\sqrt{(5)}}{3}}{6}=\frac{1}{12}cm^3$