

Sujet Trigonométrie

Partie A

1) Soit la fonction f , définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par :

$$f(x) = -x + 2 - \frac{3}{x+2}$$

a) Prouver que $f(x) = \frac{-x^2+1}{x+2}$

b) Donner l'expression de la dérivée, notée f' et dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ en précisant les limites aux bornes de son ensemble de définition ainsi que les extremums locaux.

c) Après avoir visualiser la courbe représentative f , Cf sur la calculette, prouver qu'elle admet un axe de symétrie dont on précisera les coordonnées.

PARTIE B

1) Soit g , définie sur \mathbb{R} par :

$$g(t) = \frac{-\sin^2 t + 1}{\sin t + 2}$$

prouver que $g(\pi-t) = g(t)$ et en déduire un axe de symétrie de g puis en déduire un intervalle sur lequel étudier g .

2) Donner l'expression de la dérivée, notée g' et en déduire que $g'(t) = \cos t \times f'(\sin t)$

3) Prouver qu'il existe une seule solution à $g'(t) = 0$ notée α appartenant à $] -\pi/2 ; \pi/2[$

4) Déterminer la valeur de α arrondi à 10^{-3}

5) Dresser le tableau de signe de g' , puis de variation de g sur $[-\pi/2 ; \pi/2]$

6) Déterminer $g(\alpha)$, $g(-\pi/2)$ et $g(\pi/2)$ et en déduire le signe de g sur $[-\pi/2 ; \pi/2]$.